



**Pass'Santé**

Conforme au programme

**PAES**

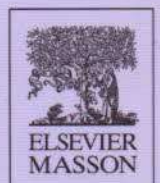
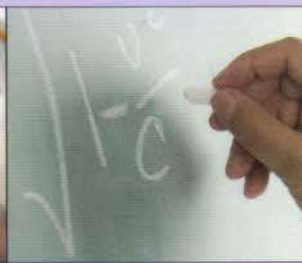
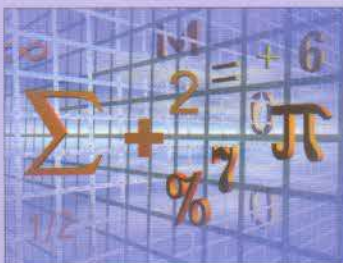
1<sup>re</sup> ANNÉE DES ÉTUDES DE SANTÉ

**COURS + QCM**

# Biomathématiques Probabilités Statistiques

**UE 4**

S. Bénazeth, M. Chiadmi, E. Curis, P. Deschamps, S. Gérard,  
C. Guihenneuc, J.-P. Jais, P. Landais, V. Lasserre, I. Nicolis



# Table des matières

Les auteurs .....	V
Avant-propos .....	VII

## Biomathématiques

<b>1</b>	<b>Fonction d'une variable réelle : <math>y = f(x)</math></b> .....	<b>3</b>
	I. Exemple pharmaceutique .....	3
	II. Propriétés de base des fonctions réelles .....	6
	III. Différentielle de fonction .....	12
	IV. Étude globale de $f(x)$ .....	16
	V. Et si on voulait représenter $x = g(y)$ ? .....	19
	VI. Étude des fonctions exponentielle et logarithmique .....	23
	VII. Représentation graphique : les échelles arithmétique, logarithmique, et le papier semi-logarithmique .....	28
	VIII. Applications biologiques de ces fonctions .....	30
	IX. Approximations d'une fonction – Applications .....	38
<b>2</b>	<b>Calcul intégral ou résoudre <math>y' = f(x)</math></b> .....	<b>43</b>
	I. Exemple introductif .....	44
	II. Généralisation .....	45
	III. Propriétés générales de linéarité des intégrales .....	49
	IV. Propriétés des intégrales définies .....	50
	V. Rappel de primitives de fonctions usuelles .....	52
	VI. Quelques méthodes de calcul d'une intégrale .....	52
	VII. Application : valeur moyenne d'une fonction .....	58
	VIII. Extension de la notion d'intégrale .....	59
	IX. Évaluation de l'aire sous la courbe : intégration numérique .....	62
	X. Exercice d'application d'étude de fonctions et de calcul intégral .....	64
<b>3</b>	<b>Équations différentielles</b> .....	<b>71</b>
	I. Généralités sur les équations différentielles .....	72
	II. Équations différentielles du premier ordre .....	77
	III. Systèmes d'équations différentielles linéaires du premier ordre .....	90
<b>4</b>	<b>Fonctions de plusieurs variables</b> .....	<b>103</b>
	I. Définitions .....	103
	II. Représentations graphiques .....	105
	III. Dérivées partielles .....	107

IV. Différentielles .....	114
V. Propagation d'incertitude .....	117
VI. Méthode des moindres carrés .....	121

## II

**Probabilités**

<b>5</b>	<b>Théorèmes fondamentaux de probabilité</b> .....	131
	I. Introduction .....	131
	II. Théorème des probabilités totales .....	135
	III. Probabilités conditionnelles .....	136
	IV. Indépendance .....	138
	V. Exercice typique .....	140
<b>6</b>	<b>Lois de probabilités discrètes</b> .....	143
	I. Variables aléatoires discrètes .....	143
	II. Quelques lois de probabilités discrètes « célèbres » .....	152
<b>7</b>	<b>Lois de probabilités continues</b> .....	160
	I. Variables aléatoires continues .....	160
	II. Lois de probabilités continues « célèbres » .....	166
<b>8</b>	<b>Couples de variables aléatoires</b> .....	177
	I. Loi d'un couple de variables aléatoires discrètes finies .....	177
	II. Mesures d'association dans le cas de deux variables quantitatives .....	181
	III. Mesures d'association dans le cas de deux variables qualitatives à deux modalités .....	183

## III

**Statistiques**

<b>9</b>	<b>Statistique descriptive et éléments de métrologie</b> .....	193
	I. De la population à l'échantillon – Comment étudier un phénomène complexe ? .....	193
	II. Les différents types de variables .....	196
	III. Synthèse et représentation des données .....	199
	IV. Résumés statistiques .....	207
	V. Éléments de métrologie .....	225
<b>10</b>	<b>Estimation</b> .....	231
	I. Principes généraux de l'estimation .....	233
	II. Application : estimation d'une proportion .....	238
	III. Étude des variables quantitatives .....	247
	IV. Tableau général des IC : probabilités, moyenne, variance .....	268
<b>11</b>	<b>Théorie générale des tests d'hypothèses, intervalles de pari</b> .....	269
	I. Introduction .....	269
	II. Intervalle de pari .....	270
	III. Principe des tests d'hypothèses .....	279
	IV. Tests statistiques : introduction aux tests .....	293

<b>12</b>	<b>Comparaisons de moyennes</b> .....	300
	I. Introduction .....	300
	<b>Cas d'échantillons indépendants</b> .....	300
	II. Comparaisons de moyennes, cas gaussien .....	300
	III. Comparaisons de moyennes, cas des petits échantillons .....	309
	<b>Cas de séries appariées</b> .....	319
	IV. Comparaison de deux moyennes sur séries appariées, cas gaussien .....	319
	V. Comparaisons de moyennes sur séries appariées, cas de petits échantillons .....	322
<b>13</b>	<b>Comparaisons de proportions</b> .....	323
	I. Introduction .....	323
	<b>Cas d'échantillons indépendants</b> .....	324
	II. Comparaisons de proportions, cas gaussien .....	324
	III. Comparaisons de proportions, cas non gaussien .....	338
	<b>Cas d'échantillons appariés</b> .....	339
	IV. Comparaison de deux proportions sur deux échantillons appariés .....	339
<b>IV</b>		
<b>Exercices</b>		
<b>14</b>	<b>Biomathématiques</b> .....	347
	<b>Énoncés</b>	
	Chapitre 1 – Fonction d'une variable réelle : $y = f(x)$ .....	347
	Chapitre 2 – Calcul intégral .....	352
	Chapitre 3 – Équations différentielles .....	359
	Chapitre 4 – Fonctions de plusieurs variables .....	363
	<b>Corrigés</b>	
	Chapitre 1 – Fonction d'une variable réelle : $y = f(x)$ .....	372
	Chapitre 2 – Calcul intégral .....	383
	Chapitre 3 – Équations différentielles .....	392
	Chapitre 4 – Fonctions de plusieurs variables .....	400
<b>15</b>	<b>Probabilités</b> .....	408
	<b>Énoncés</b>	
	Chapitre 5 – Théorèmes fondamentaux de probabilité .....	408
	Chapitre 6 – Lois de probabilité discrètes .....	412
	Chapitre 7 – Lois de probabilité continues .....	421
	Chapitre 8 – Couples de variables aléatoires .....	425
	<b>Corrigés</b>	
	Chapitre 5 – Théorèmes fondamentaux de probabilité .....	431
	Chapitre 6 – Lois de probabilité discrètes .....	435
	Chapitre 7 – Lois de probabilité continues .....	447
	Chapitre 8 – Couples de variables aléatoires .....	452
<b>16</b>	<b>Statistiques</b> .....	460
	<b>Énoncés</b>	
	Chapitre 9 – Statistique descriptive et éléments de métrologie .....	460

Chapitre 10 – Estimation . . . . .	465
Chapitre 11 – Théorie générale des tests d'hypothèses, intervalles de pari . . . . .	471
Chapitre 12 – Comparaisons de moyennes . . . . .	472
Chapitre 13 – Comparaisons de proportions . . . . .	479
<b>Corrigés</b>	
Chapitre 9 – Statistique descriptive et éléments de métrologie . . . . .	487
Chapitre 10 – Estimation . . . . .	493
Chapitre 11 – Théorie générale des tests d'hypothèses, intervalles de pari . . . . .	500
Chapitre 12 – Comparaisons de moyennes . . . . .	504
Chapitre 13 – Comparaisons de proportions . . . . .	513

**v****Annexes**

Annexe A – Quantiles de la loi de Laplace-Gauss (« loi normale ») centrée réduite . . . . .	530
Annexe B – Fonction de répartition de la loi de Laplace-Gauss (« loi normale ») centrée réduite . . . . .	532
Annexe C – Quantiles de la loi du khi-deux à $\nu$ degrés de liberté . . . . .	534
Annexe D – Quantiles de la loi de Student à $\nu$ degrés de liberté . . . . .	536
Aide-mémoire – UE4 . . . . .	538
<b>Index</b> . . . . .	543